Karlsruhe Institute of Technology

Fakultät für Informatik

V. Robotermodellierung I

Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Dillmann

Teilbereiche

Sensorik
- Technologien
- Signalverarbeitung

Datenverarbeitung
- Architekturen
- Regeln und Steuern
- Sensordatenfusion
- Analyse
- Planung
- Manipulation
- Perzeption
- Kognition

Modellierung
- Roboter
- Umwelt
- Sensorik

Aktorik
- Antriebe
- Kinematiken
- Gelenktypen

Schnittstellen
- Programmierung
- Bedienung
- direkte Kommunikation

Überblick

Robotermodellierung

- Geometrische Modellierung
  Geometrie:
  mathematische Beschreibung der Form von Körpern
- Kinematische Modellierung
  Kinematik:
  Lehre der geometrischen und analytischen Beschreibung der Bewegungszustände mechanischer Systeme
- Dynamische Modellierung
  Dynamik:
  Untersuchung der Bewegung von Körpern als Folge der auf sie wirkenden Kräfte und Momente

Inhalt

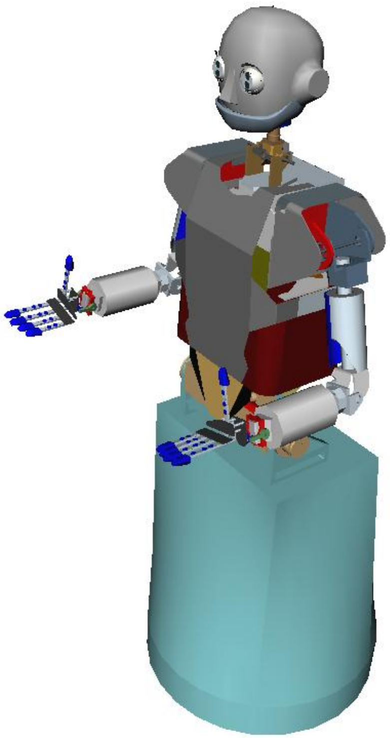
- Geometrisches Modell
  - Einsatzbereiche
  - Klassifizierung
  - Beispiele
- Kinematisches Modell
  - Kinematische Kette
  - Denavit-Hartenberg Konvention
  - Direktes Kinematisches Problem
  - Repräsentation der Erreichbarkeit
  - Beispiele

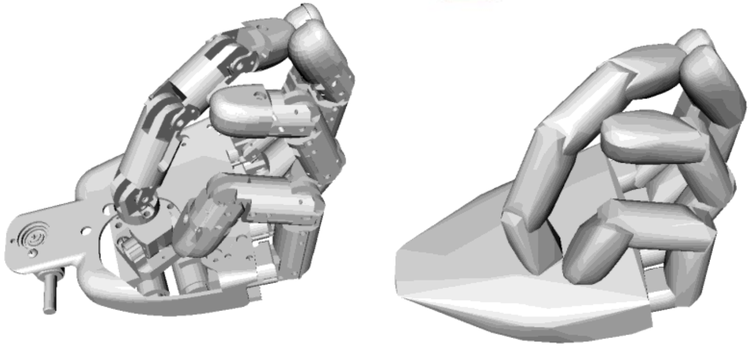
Inhalt

- Geometrisches Modell
  - Einsatzbereiche
  - Klassifizierung
  - Beispiele
- Kinematisches Modell
  - Kinematische Kette
  - Denavit-Hartenberg Konvention
  - Direktes Kinematisches Problem
  - Repräsentation der Erreichbarkeit
  - Beispiele

Einsatzbereiche

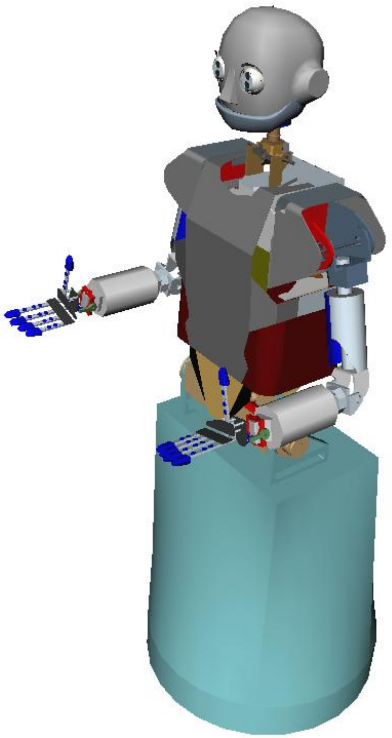
- Graphisch Darstellung von Körpern
- Ausgangspunkt der Abstandsmessung und Kollisionserkennung
- Grundlage zur Berechnung der Bewegungen von Körpern
- Grundlage zur Ermittlung der wirkenden Kräfte und Momente





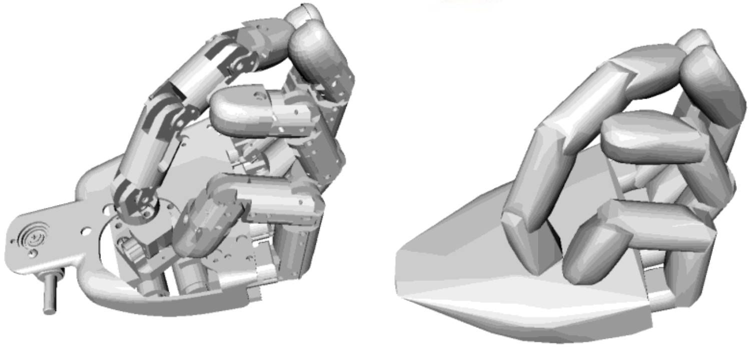
Geometrisches Modell

Klassifizierung



- **Nach Raum**
  - 2D Modelle
  - 2,5D Modelle
  - 3D Modelle

- **Nach Grundprimitiven**
  - Kanten- bzw. Drahtmodelle
  - Flächen- bzw. Oberflächenmodelle
  - Volumenmodell



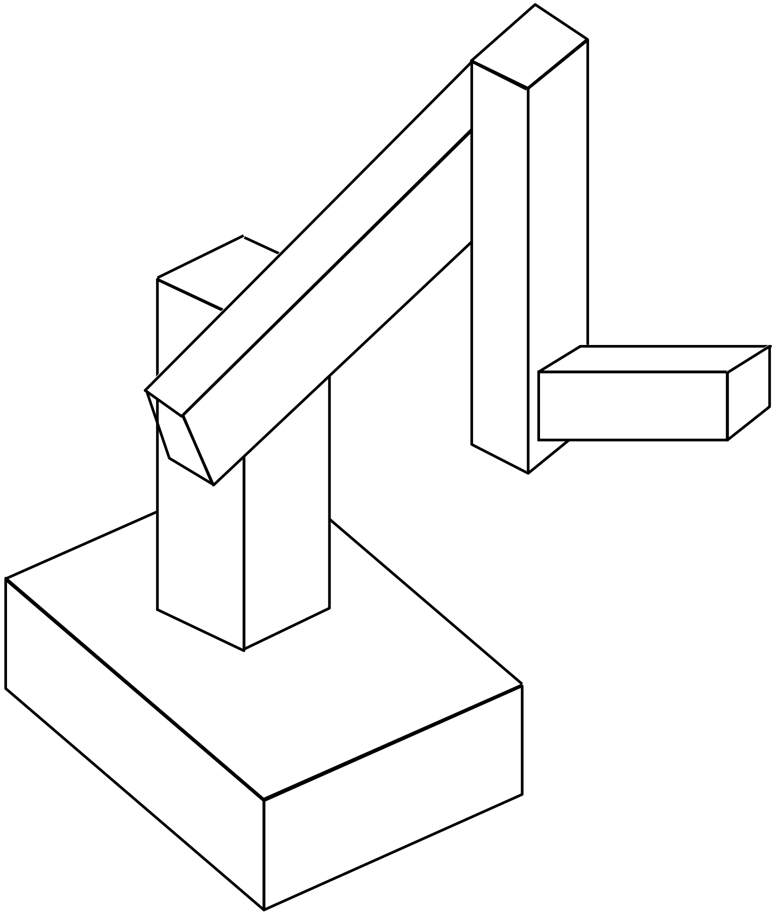
Geometrisches Modell

Beispiel: Blockwelt

- Die Körper werden durch einhüllende Quader dargestellt.

- wird in den ersten Schritten der Kollisionsvermeidung benutzt.

Klasse: 3D, Volumen bzw. Flächen



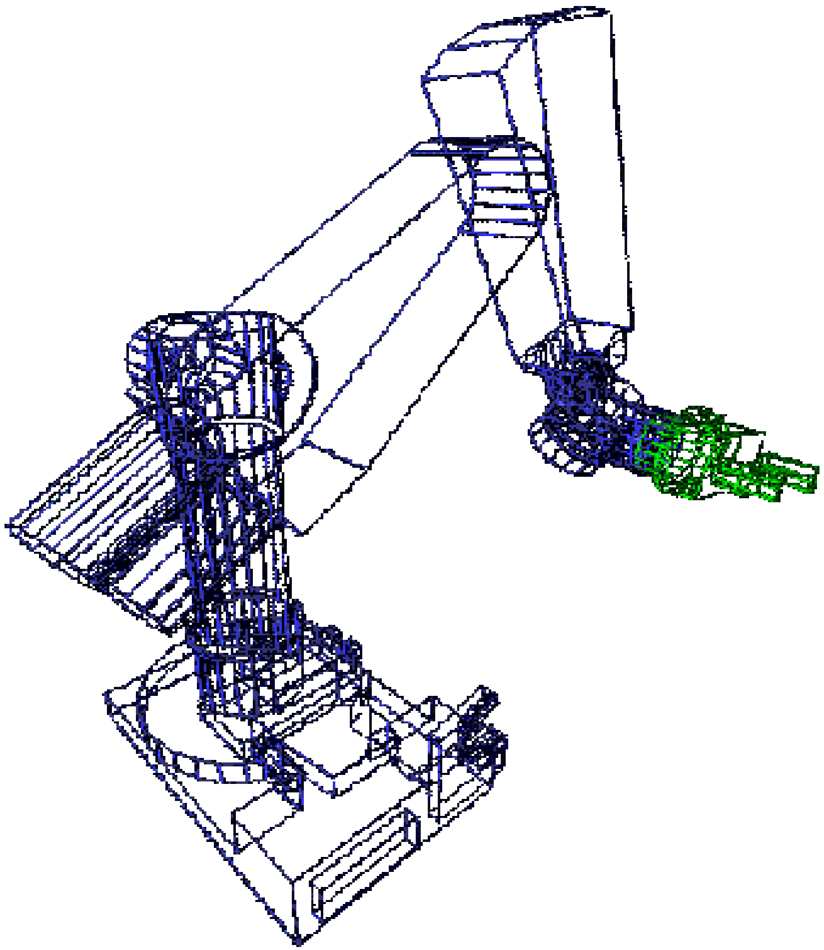
Unimate PUMA 260 – Blockwelt-Modell

Geometrisches Modell

Beispiel: Kantenmodell

- Die Körper werden durch Polygonzüge (Kanten) dargestellt.
- wird zur schnellen Visualisierung benutzt.

Klasse: 3D, Kanten bzw. Flächen



Unimate PUMA 260 – Kantenmodell

Geometrisches Modell

Beispiel: Volumenmodell

- Die Körper werden genau dargestellt.
- wird für die Ermittlung der genauen Werte der Kollisionserkennung benutzt.
- Darstellung in der Animation.

Klasse: 3D, Volumen

Unimate PUMA 560 – Volumenmodell

Inhalt

- Geometrisches Modell
  - Einsatzbereiche
  - Klassifizierung
  - Beispiele
- Kinematisches Modell
  - Kinematische Kette
  - Denavit-Hartenberg Konvention
  - Direktes Kinematisches Problem
  - Repräsentation der Erreichbarkeit
  - Beispiele

Kinematisches Modell

Definition

Das **kinematische Modell** eines Roboters beschreibt die Zusammenhänge zwischen dem Raum der

Gelenkwinkel (Roboterkoordinaten, Konfigurationsraum)

und dem Raum der

Lage des Endeffektors in Weltkoordinaten (Arbeitsraum, Kartesischer Raum)

Einsatzbereiche

- Bestimmung des Zusammenhangs zwischen Gelenkwerten und Stellungen des Roboters
- Erreichbarkeitsanalyse
- Relation zwischen Körpern des Roboters (Selbstkollision)
- Relation zur Umgebung (Kollisionserkennung)

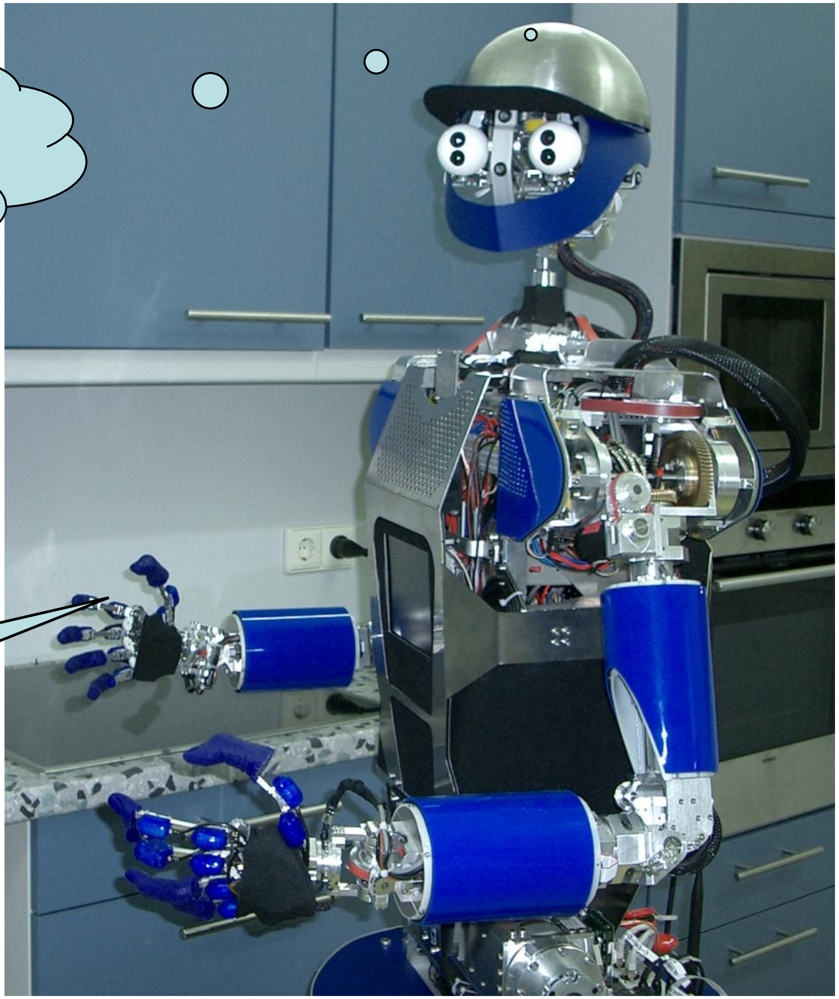
Kinematische Probleme

- Direktes kinematisches Problem (Vorwärtskinematik)

  Bestimmung der Lage des Endeffektors aus den Gelenkwinkelstellungen des Roboter.

Direktes kinematisches Problem

Wo ist meine Hand?



Direkte Kinematik: HIER!

Kinematische Probleme

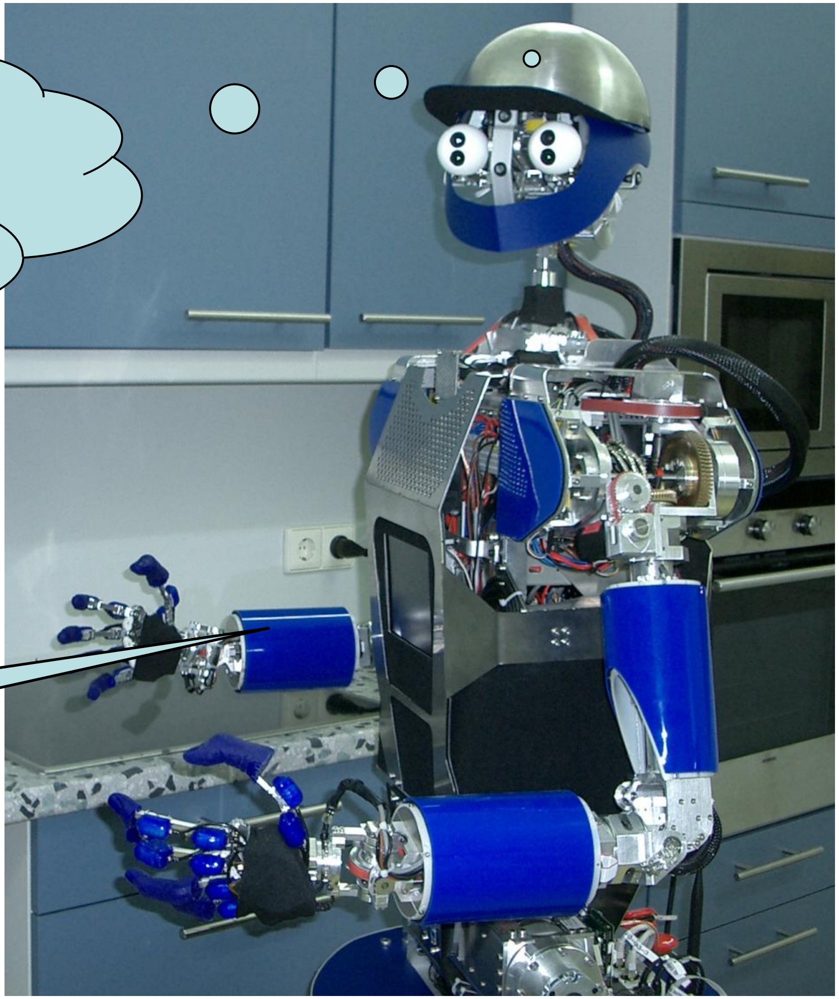
- Inverses kinematisches Problem (Rückwärtskinematik)

  Bestimmung der Gelenkwinkelstellungen zu einer gewünschten Lage des Endeffektors.

Kinematisches Modell

Inverses kinematisches Problem

Wie bewege ich meine Hand zum Kühlschrank?



Inverse Kinematik:

Bestimmt die Gelenkwinkel

Inhalt

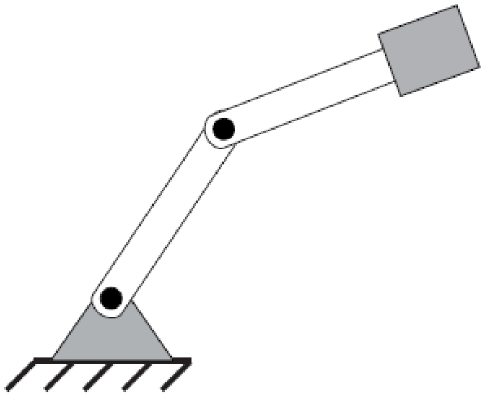
- Geometrisches Modell
  - Einsatzbereiche
  - Klassifizierung
  - Beispiele
- Kinematisches Modell
  - Kinematische Kette
  - Denavit-Hartenberg Konvention
  - Direktes Kinematisches Problem
  - Repräsentation der Erreichbarkeit
  - Beispiele

Kinematische Kette

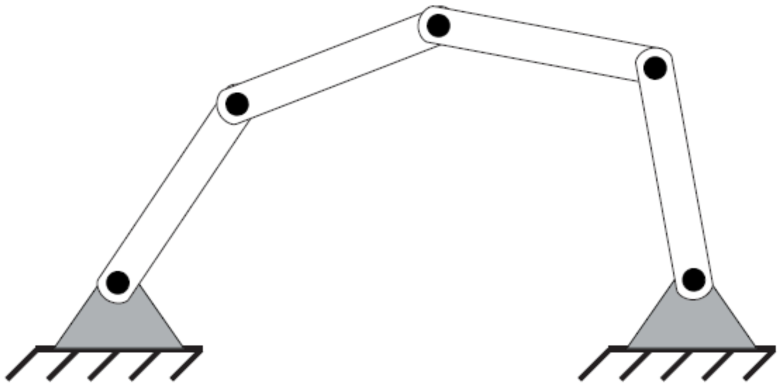
Definition

Eine **kinematische Kette** wird von mehreren Körpern gebildet, die durch Gelenke kinematisch verbunden sind (z. B.: Roboterarm).

Typen

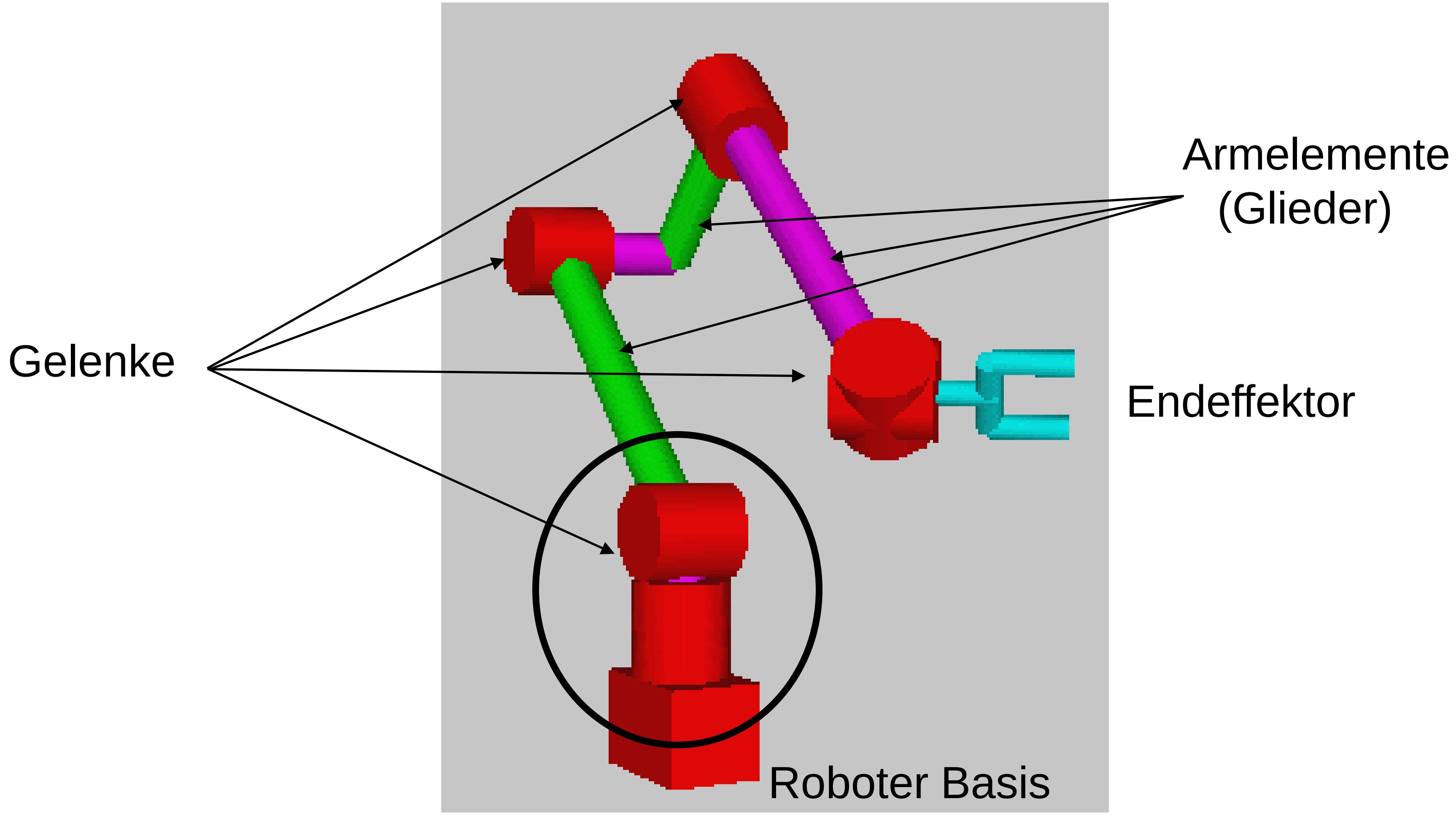


Offene kinematische Kette



Geschlossene kinematische Kette

Elemente der kinematischen Kette

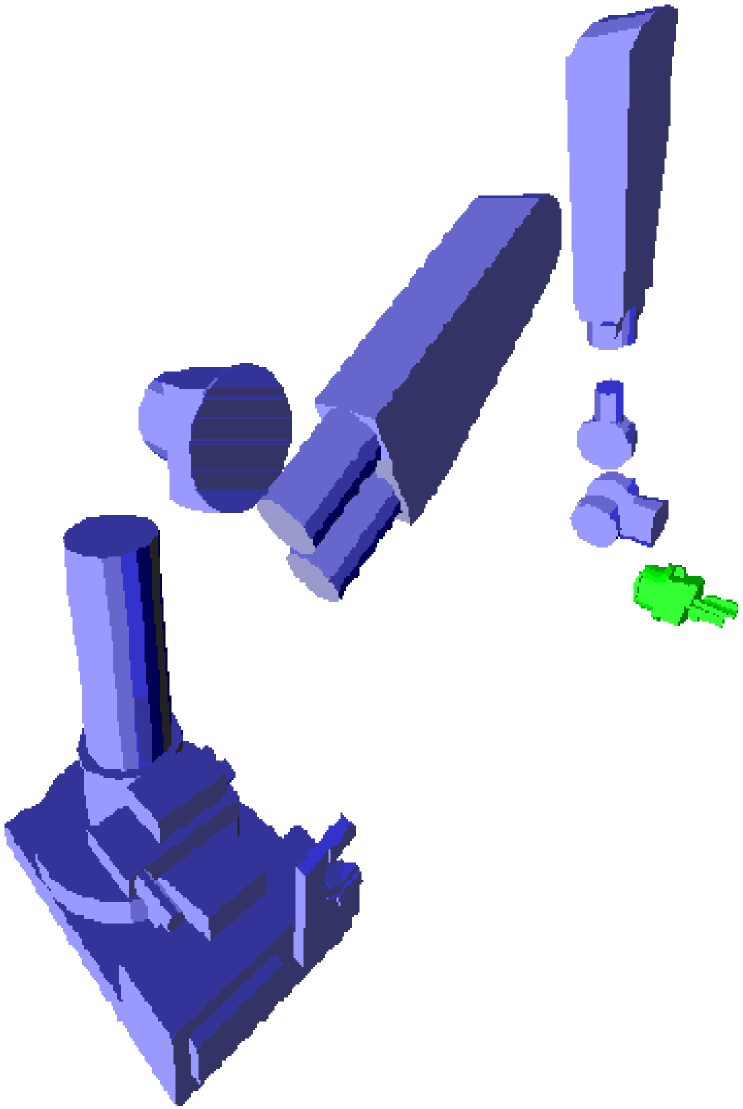


Kinematische Kette

Konventionen

- Jedes Armelement entspricht einem starren Körper.
- Jedes Armelement ist mit dem nächsten durch ein Schub- oder Rotationsgelenk verbunden.
- Jedes Gelenk hat nur einen Freiheitsgrad (rot. oder transl.)

Kinem. Parameter = Gelenk- & Armelementparameter

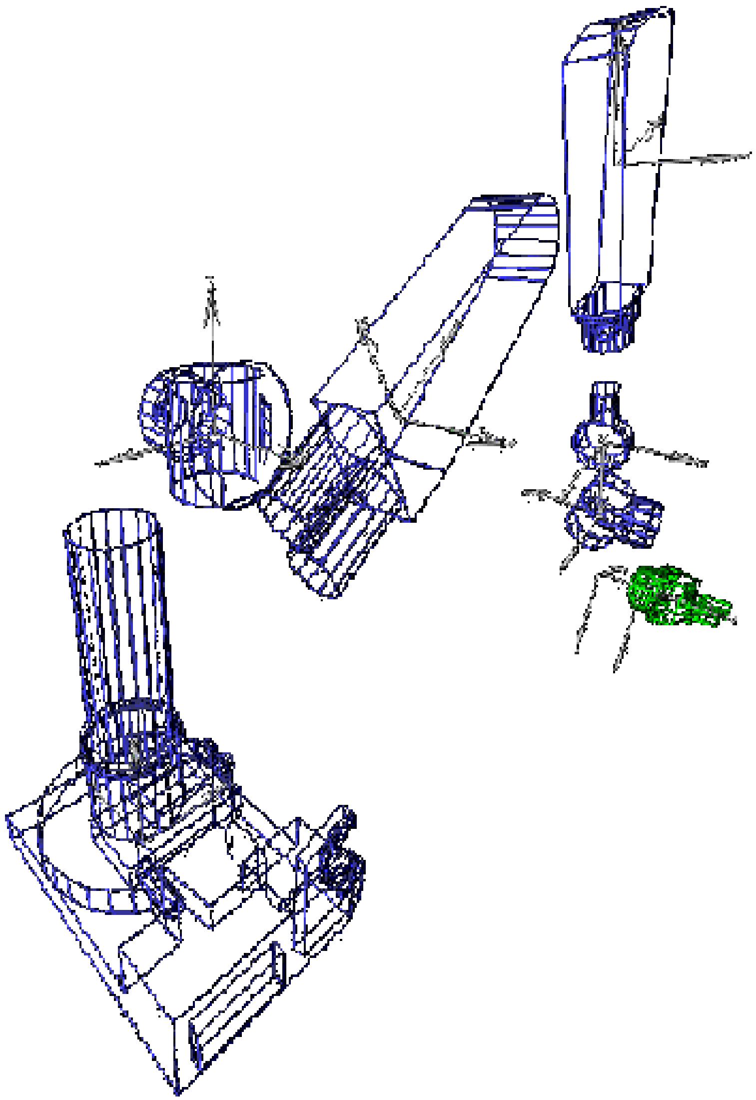


Kinematische Kette

Beschreibung

Zur Beschreibung der Kinematik eines Roboters (kinematische Kette) ist die Lage jedes einzelnen Armelements bezogen auf ein Referenzsystem zu definieren:

- Roboterbasis OKS_{Basis}
- Armelement 1 OKS_{Arm1}
- … …
- Armelement 6 OKS_{Arm6}



Vorgehen zur Beschreibung

- In jedes Armelement wird ein festes lokales Koordinatensystem gelegt (Objektkoordinatensystem OKS).
- Ursprung des Koordinatensystems liegt in dem Armgelenk, welches das jeweilige Armelement bewegt.
- Für jedes Armelement muss eine Transformationsmatrix bestimmt werden, die das jeweilige lokale Koordinatensystem in das Bezugskoordinatensystem überführt.
- Überführung der lokalen Koordinatensysteme in das Bezugskoordinatensystem durch Beschreibungsvektor oder 4x4 homogene Transformationsmatrix.

Parameter der kinematischen Kette

Für jedes Armelement muss eine Transformationsmatrix zum Bezugskoordinatensystem bestimmt werden:

- 3 Rotationsparameter
- 3 Translationsparameter

➔ 6 Parameter pro Armelement mit Gelenk

Inhalt

- Geometrisches Modell
  - Einsatzbereiche
  - Klassifizierung
  - Beispiele
- Kinematisches Modell
  - Kinematische Kette
  - Denavit-Hartenberg Konvention
  - Direktes Kinematisches Problem
  - Repräsentation der Erreichbarkeit
  - Beispiele

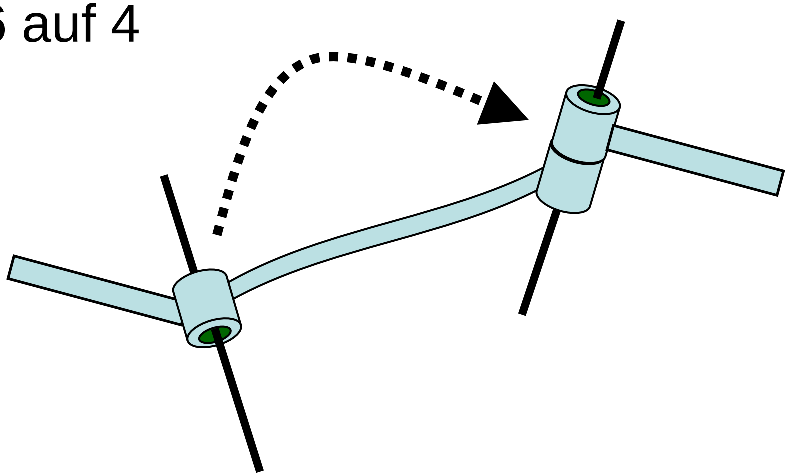
Denavit-Hartenberg-Konvention

Ziel

Reduktion der Parameter zur Beschreibung eines Armelementes mit Gelenk.

Eigenschaften

- Systematische Beschreibung der Beziehungen (Translationen und Rotationen) zwischen **benachbarten** Gelenken
- Reduktion der Anzahl Parameter von 6 auf 4



Literatur: Denavit, Hartenberg: "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Bases on Matrices", Journal of Applied Mechanics, 1955, vol 77, pp 215-221

Denavit-Hartenberg-Konvention

Konvention für Wahl der Koordinatensysteme

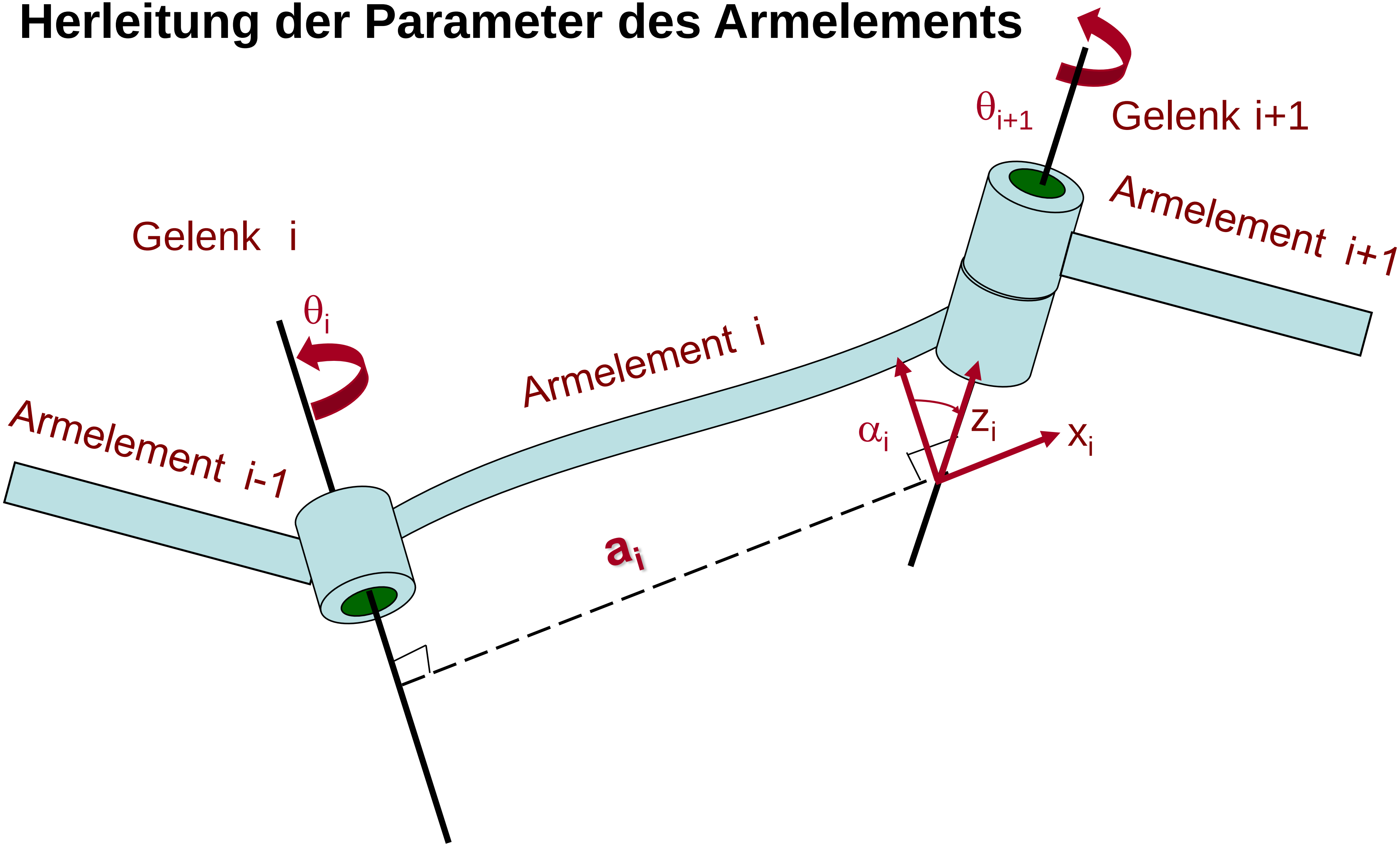
- die Koordinatensysteme liegen in den Bewegungsachsen
- die z_{i-1}-Achse liegt entlang der Bewegungsachse des i-ten Armelements
- die x_i-Achse steht senkrecht zur z_{i-1}-Achse

$i \in \{\text{Basis},1,...,n\}$

➔ Herleitung der Parameter für Armelement und Gelenk

Denavit-Hartenberg-Konvention

Herleitung der Parameter des Armelements



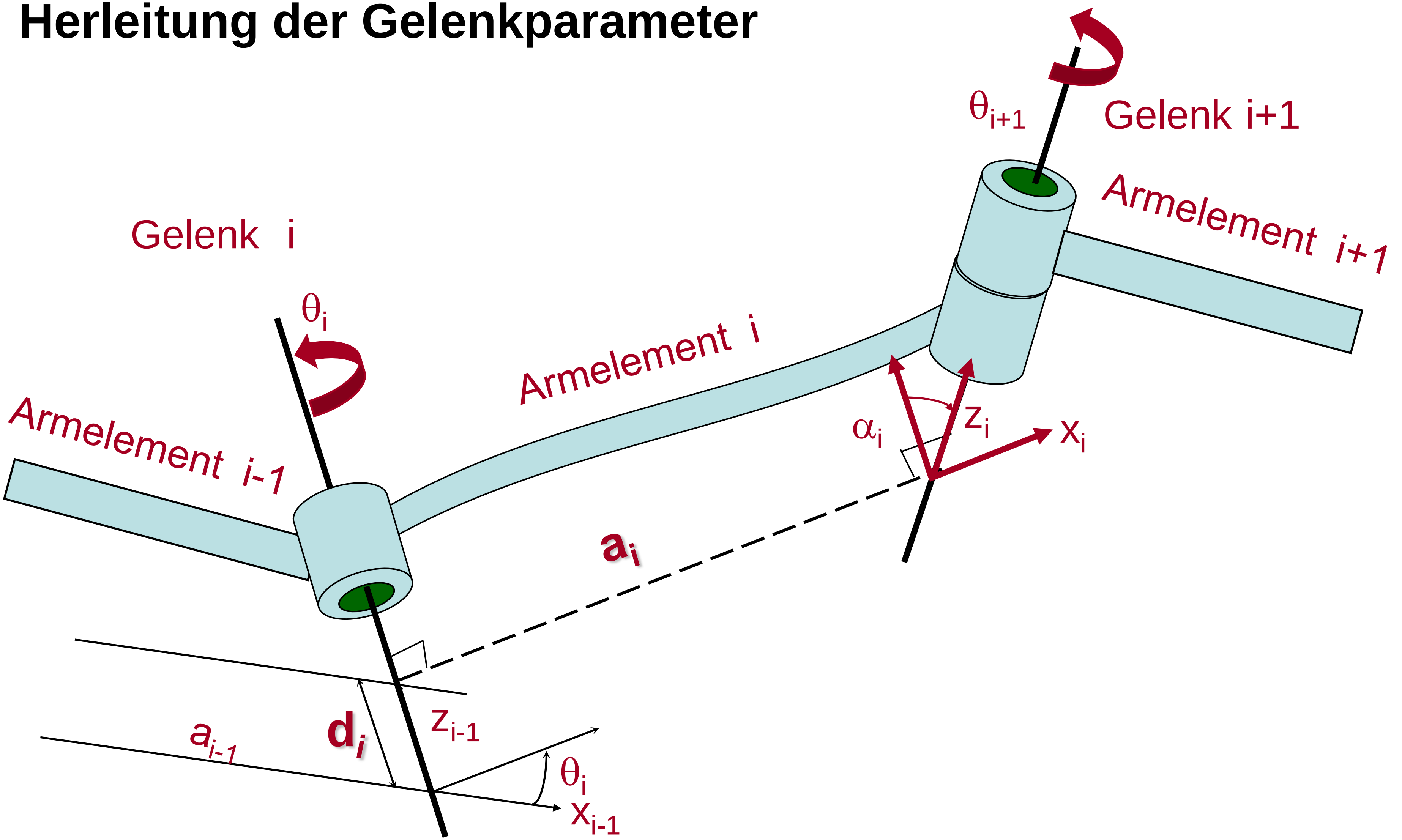
Denavit-Hartenberg-Konvention

Parameter des Armelements

- Jedes Armelement ist durch 2 begrenzende Gelenke i und i+1 eingebunden
- Seien g_i und g_{i+1} Achsen der Gelenke (windschief zueinander)
- Gemeinsame Normale – Fußpunktabstand (kürzester Abstand) wird als **Armelementlänge a_i** bezeichnet.
- Fußpunkt von a_i mit Achse g_{i+1} ist Ursprung von Koord. (x_i, y_i, z_i)
  - x_i Achse: Verlängerung a_i nach Gelenk i+1,
  - z_i Achse: liegt in Richtung g_{i+1} Achse,
  - y_i Achse: Ergänzung durch Rechte-Hand-Regel
- Armelementlänge a_i ist Translation entlang der x_i Achse
- Winkel $\boldsymbol{\alpha_i}$ zwischen z_{i-1} Achse (in Richtung g_i) und z_i Achse wird als **Armelementverwindung** bezeichnet.

Denavit-Hartenberg-Konvention

Herleitung der Gelenkparameter



Denavit-Hartenberg-Konvention

Gelenkparameter

- **Gelenkabstand d_i** des Ursprungs des Koordinatensystems x_{i-1} mit Fußpunkt der Normalen
- d_i ist Translation entlang z_{i-1} Achse, um x_{i-1} mit der Achse x_i zu schneiden
- Rotation des Armelements i im Gelenk i um **Gelenkwinkel θ_i**, so dass x_{i-1} zu x_i parallel

Denavit-Hartenberg-Konvention

DH-Parameter

Parameter	Symbol	Rotationsgelenk	Schubgelenk
Armelementlänge	a	invariant	invariant
Verwindung	α	invariant	invariant
Gelenkabstand	d	invariant	variabel
Gelenkwinkel	θ	variabel	invariant

Denavit-Hartenberg-Konvention

DH-Transformation

Transformation OKS_{i-1} zu OKS_i

1. eine Rotation $\boldsymbol{\theta_i}$ um die $\mathbf{z_{i-1}}$-Achse damit die $\mathbf{x_{i-1}}$-Achse parallel zu der $\mathbf{x_i}$-Achse liegt

$$R_{z_{i-1}}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. eine Translation $\mathbf{d_i}$ entlang der $\mathbf{z_{i-1}}$- Achse zu dem Punkt, wo sich $\mathbf{z_{i-1}}$ und $\mathbf{x_i}$ schneiden

$$T_{z_{i-1}}(d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

DH-Transformation

Transformation OKS_{i-1} zu OKS_i

3. eine Translation $\mathbf{a_i}$ entlang der $\mathbf{x_i}$-Achse, um die Ursprünge der Koordinatensysteme in Deckung zu bringen

$$T_{x_i}(a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. eine Rotation $\mathbf{a_i}$ um die $\mathbf{x_i}$-Achse, um die $\mathbf{z_{i-1}}$-Achse in die $\mathbf{z_i}$ -Achse zu überführen

$$R_{x_i}(\alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention

DH-Transformation

Transformation OKS_{i-1} zu OKS_i

$$\mathbf{A_{i-1,i} = R_{z_{i-1}}(\theta_i) \bullet T_{z_{i-1}}(d_i) \bullet T_{x_i}(a_i) \bullet R_{x_i}(\alpha_i)}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \times \cos\alpha_i & \sin\theta_i \times \sin\alpha_i & a_i \times \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \times \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \times \sin\alpha_i & a_i \times \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Inverse DH-Transformation

Transformation OKS_i zu OKS_{i-1}

$$\mathbf{A}_{i-1,i}^{-1} = \mathbf{A}_{i,i-1}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & -a_i \\ -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \cos\theta_i \cdot \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & -d_i \sin\alpha_i \\ \sin\theta_i \cdot \sin\alpha_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & \cos\alpha_i & -d_i \cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention

Verkettung von DH-Transformationen

Durch Verkettung der DH-Matrizen lässt sich die Lage der einzelnen Koordinatensysteme bezüglich des Bezugskoordinatensystems bestimmen.

Lage des m-ten Koordinatensystems bezüglich der Basis:

$$S_{Basis,m}(\theta) = A_{0,1}(\theta_1) \cdot A_{1,2}(\theta_2) \cdot \ldots \cdot A_{m-2,m-1}(\theta_{m-1}) \cdot A_{m-1,m}(\theta_m)$$

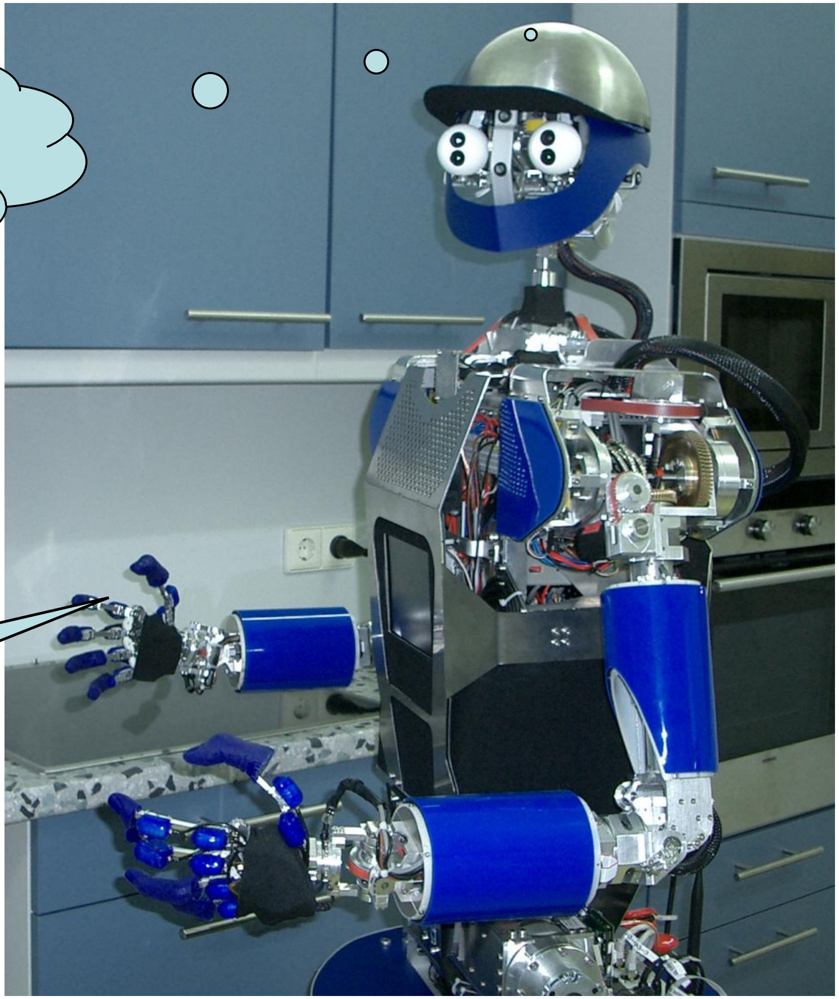
Inhalt

- Geometrisches Modell
  - Einsatzbereiche
  - Klassifizierung
  - Beispiele
- Kinematisches Modell
  - Kinematische Kette
  - Denavit-Hartenberg Konvention
  - Direktes Kinematisches Problem
  - Repräsentation der Erreichbarkeit
  - Beispiele

Direktes kinematisches Problem

Wo ist meine Hand?

Direkte Kinematik: HIER!



Bestimmung der Lage des Greifers

- Aus den DH-Parametern und den Gelenkwinkeln soll die Stellung des Greifers ermittelt werden.
- Die Stellung des Greifers (TCP) in Bezug auf das BKS ist gegeben durch:

$$S_{Basis,Greifer}(\theta) = A_{0,1}(\theta_1) \cdot A_{1,2}(\theta_2) \cdot \ldots \cdot A_{n-2,n-1}(\theta_{n-1}) \cdot A_{n-1,n}(\theta_n)$$

Gelenkwinkel $\theta_1,..,\theta_n$ sind vorgegeben
➔ Gleichung ausrechnen

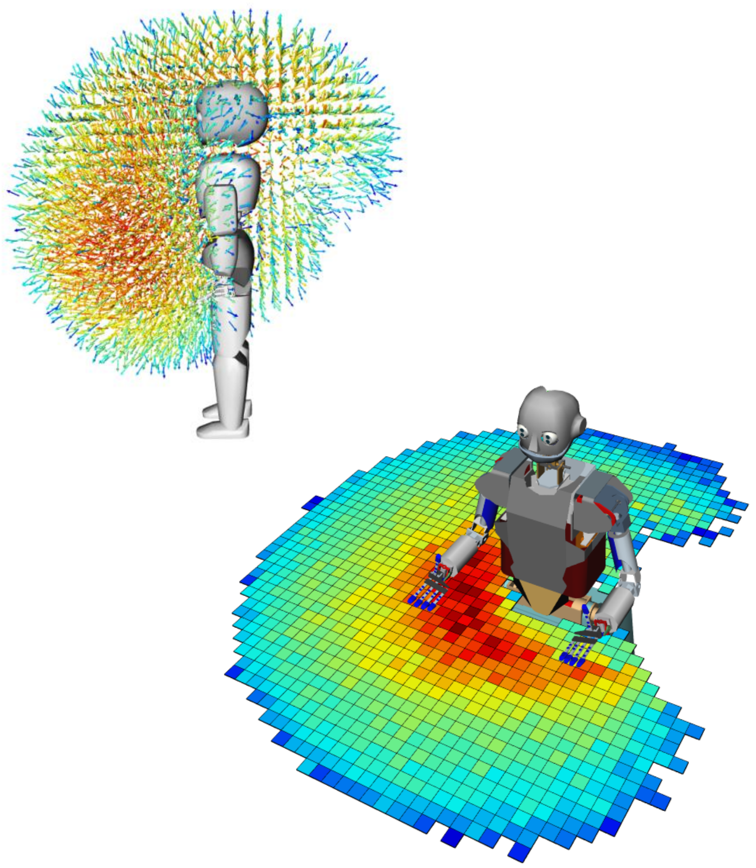
Inhalt

- Geometrisches Modell
  - Einsatzbereiche
  - Klassifizierung
  - Beispiele
- Kinematisches Modell
  - Kinematische Kette
  - Denavit-Hartenberg Konvention
  - Direktes Kinematisches Problem
  - Repräsentation der Erreichbarkeit
  - Beispiele

Repräsentation der Erreichbarkeit

Erreichbarer Teil des Arbeitsraums

- Arbeitsraum des Roboters: R^6
- Approximation: 6-dimensionales Voxelgitter
- Eintrag in jeden Voxel: Exisiert eine Gelenkwinkelkonfiguration, so dass der TCP innerhalb des Voxels liegt.
  -> Erreichbarkeit (*Reachability*)

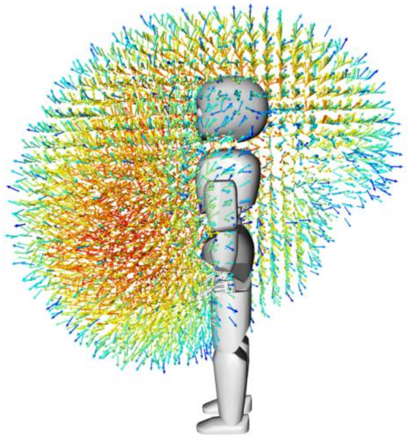


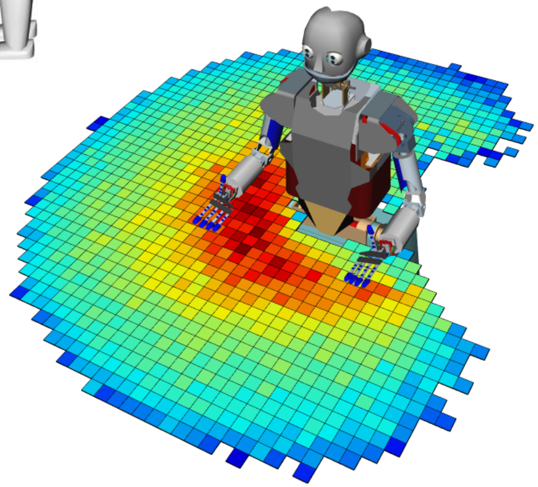
Visualisierung der Erreichbarkeit bzw. Manipulierbarkeit für die Roboter iCub und Armar-III

Repräsentation der Erreichbarkeit

Erstellung:

- Offline-Prozess in Simulation
- Taste alle Gelenkwinkel ab
  -> zB in 5° Schritten
  -> Lage des TCP über Vorwärtskinematik
  -> Setze den entsprechenden Voxel auf *erreichbar*
- Daten werden in Binärdatei gespeichert





Visualisierung der Erreichbarkeit bzw. Manipulierbarkeit für die Roboter iCub und Armar-III

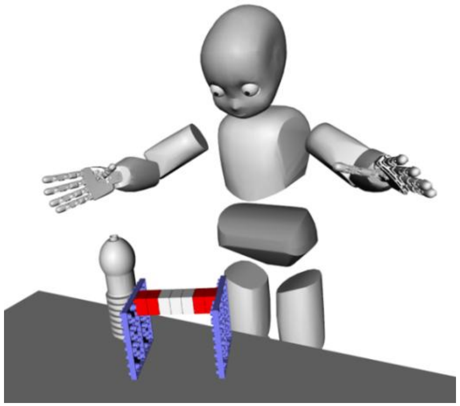
Repräsentation der Erreichbarkeit

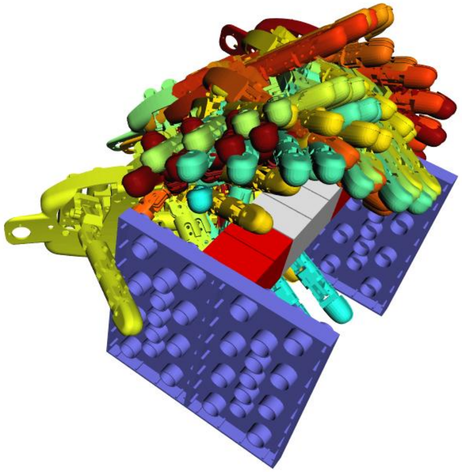
Erweiterung:

- Speichere Qualitätsinformationen z.B. Manipulierbarkeit (*Manipulability*)

Anwendung:

- Erreichbarkeitsinformationen werden zur Laufzeit geladen
- Schnelle Entscheidung, ob eine TCP-Pose erreichbar ist oder nicht
- Kann zur Griffselektion genutzt werden



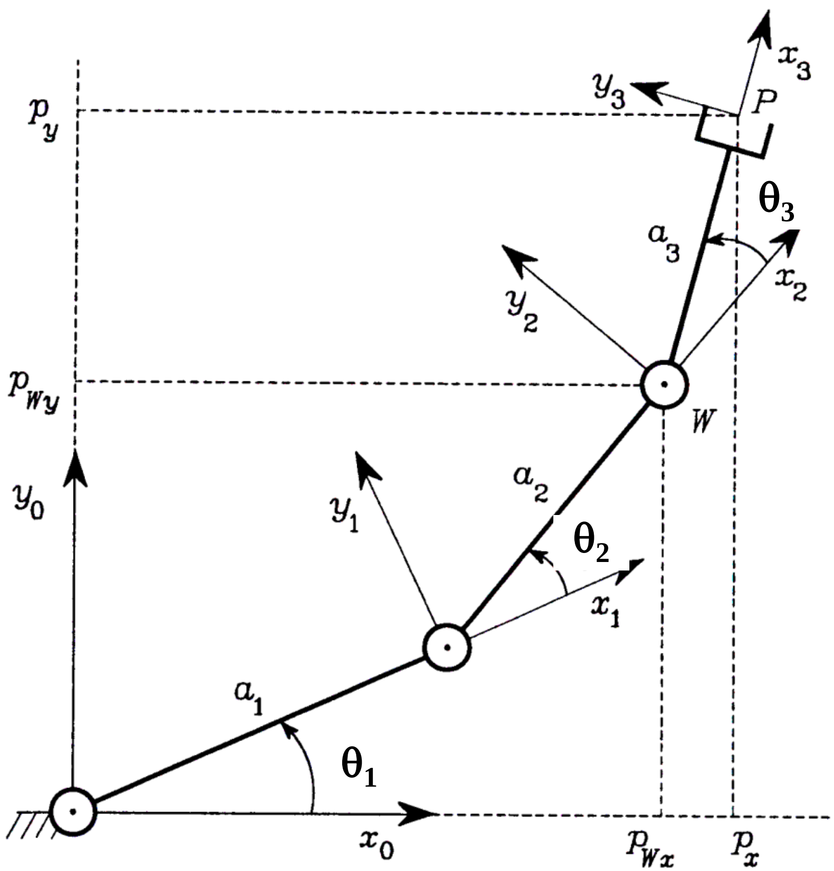


Nicht erreichbare Griffe können effizient aussortiert werden.

Inhalt

- Geometrisches Modell
  - Einsatzbereiche
  - Klassifizierung
  - Beispiele
- Kinematisches Modell
  - Kinematische Kette
  - Denavit-Hartenberg Konvention
  - Direktes Kinematisches Problem
  - Repräsentation der Erreichbarkeit
  - Beispiele

Beispiel 1



Gelenk	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	a_1	0	0	θ_1
2	a_2	0	0	θ_2
3	a_3	0	0	θ_3

$$A_{i-1,i} = \begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 & a_i\, c_i \\ s_i & c_i & 0 & a_i\, s_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

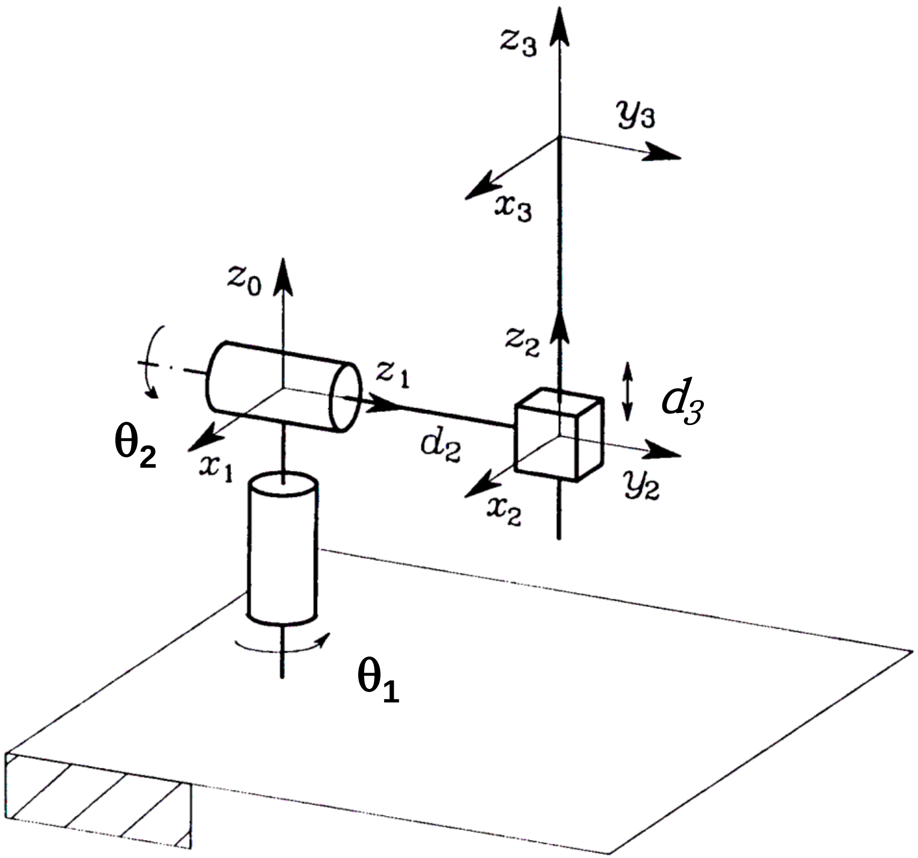
Beispiel 1

$$\mathbf{A_{0,3}\,(\theta) = A_{0,1}\,A_{1,2}\,A_{2,3}} = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & a_1\,c_1 + a_2\,c_{12} + a_3\,c_{123} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & a_1\,s_1 + a_2\,s_{12} + a3\,s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Abkürzungen

$$c_{123} = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3),\ s_{123} = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

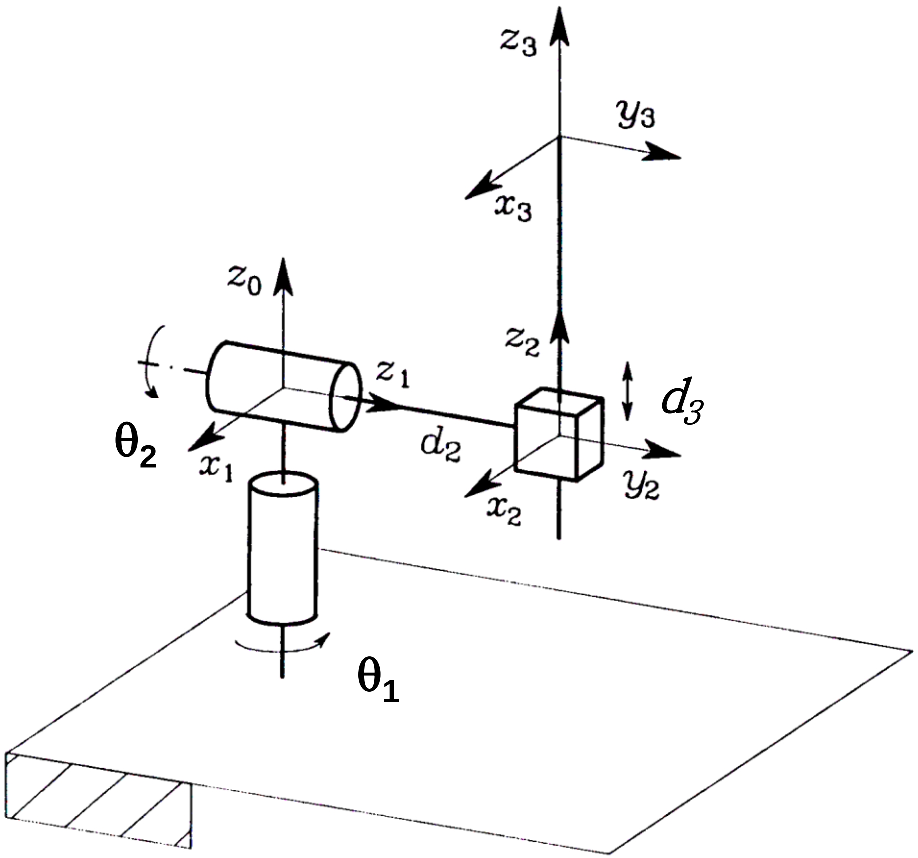
Beispiel 2



Gelenk	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	0	90	d_2	θ_2
3	0	0	d_3	0

$$A_{0,1} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

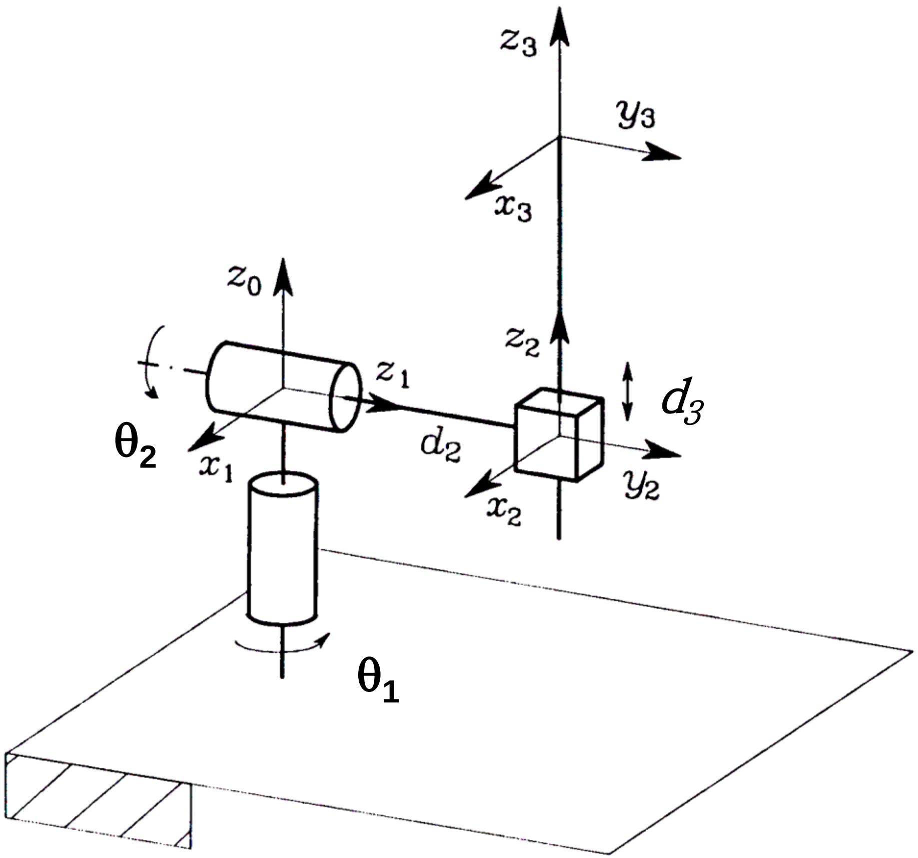
Beispiel 2



Gelenk	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	0	90	d_2	θ_2
3	0	0	d_3	0

$$A_{1,2} = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ s_2 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Beispiel 2



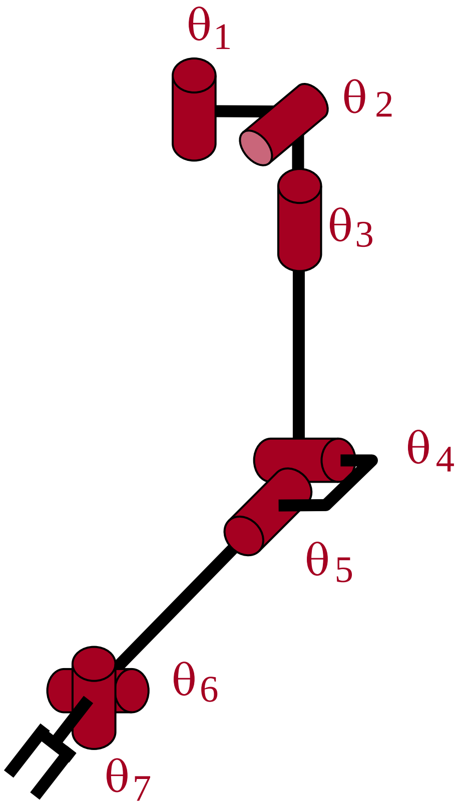
Gelenk	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	0	90	d_2	θ_2
3	0	0	d_3	0

$$A_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

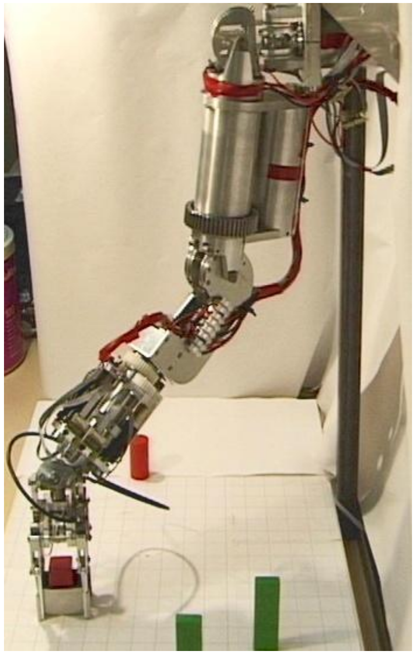
Beispiel 2

$$\mathbf{A_{0,3}\,(\theta) = A_{0,1}\,A_{1,2}\,A_{2,3}} = \begin{bmatrix} c_1c_2 & -s_1 & c_1s_2 & c_1s_2d_3 - s_1d_2 \\ s_1c_2 & c_1 & s_1s_2 & s_1s_2d_3 + c_1d_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

DH-Notation des Arms



$Gelenk_i$	θ_i	a_i	α_i	d_i
1	θ_1	30	- 90°	0
2	θ_2 - 90°	0	- 90°	0
3	θ_3+ 90°	0	90°	223,5
4	θ_4	0	- 90°	0
5	θ_5	0	90°	270,0
6	θ_6+ 90°	0	- 90°	0
7	θ_7	140	90°	0



Zusammenfassung

Direktes kinematisches Problem

1. Skizze des Manipulators
2. Identifiziere und nummeriere die Gelenke (1, Letztes Glied = n)
3. Zeichne die Achsen $\mathbf{z}_{i-1}$ für jedes Gelenk **i**
4. Bestimme die Parameter $\mathbf{a}_i$ zwischen $\mathbf{z}_{i-1}$ und $\mathbf{z}_i$
5. Zeichne die x_i –Achsen
6. Bestimme die Parameter α_i (Verwindung um die x_i-Achsen)
7. Bestimme die Parameter $\mathbf{d}_i$ (Gelenkabstand)
8. Bestimme die Winkel θ_i um $\mathbf{z}_{i-1}$-Achsen
9. Gelenk-Transformation-Matrizen $\mathbf{A}_{i-1,i}$ - verknüpfe sie

V. Robotermodellierung I

Ende